

# 無限次元財空間モデルのゲール・二階堂の補題について\*

北海道大学大学院経済学研究科

久保田肇

2012年12月7日

## 概要

Gale(1955) と Nikaido(1956a) は独立にゲール・二階堂の補題を証明し、それを利用して  $n$  次元ユークリッド空間  $R^n$  を財空間とする経済における競争均衡の存在証明を行った。そして、ドブリュー (1959、第5章) では、ゲール・二階堂の補題を用いる Gale(1955) と Nikaido(1956a) の議論に沿って、 $R^n$  を財空間とする経済における競争均衡の存在証明を行い、一般均衡理論の文献においてゲール・二階堂の補題を著名にした。Nikaido(1956b,57b,59) では、更に、 $R^n$  におけるゲール・二階堂の補題をノルム空間や局所凸線形位相空間にまで一般化した。この、有限次元空間におけるゲール・二階堂の補題を証明した直後に無限次元空間までゲール・二階堂の補題を一般化したという事実は、驚くべき事である。無限個の財がある経済における競争均衡の存在問題は Peleg-Yarri(1970) と Bewley(1972) から開始されたのであるが、Debreu(1954) 同様に、これらよりも 10 年以上先に既に無限個の財がある経済を取り上げていたのである。そこで本稿の目的は Nikaido(1956b,57b,59) による無限次元空間のゲール・二階堂の補題を再考して、1 つの一般化の方向を議論する事である。

Gale(1955) and Nikaido(1956a) proved independently Gale-Nikaido's lemma for the proof of the existence of a competitive equilibrium in economies with  $n$ -dimensional Euclidean space  $R^n$  as the commodity space. Then Debreu(1959, Ch.5) follows this procedure of Gale(1955) and Nikaido(1956a) employing Gale-Nikaido's lemma for proving the existence of a competitive equilibrium in economies with  $R^n$  as the commodity space, and it makes Gale-Nikaido's lemma popular in the GE literature. Nikaido(1956b,57b,59) extend the Gale-Nikaido's lemma in  $R^n$  to the one in some infinite dimensional spaces such as normed spaces and locally convex topological vector spaces. This is surprizing since Gale-Nikaido's lemma is generalized to the infinite dimensional spaces just after Gale-Nikaido's lemma in  $R^n$  is established. Since the literature on the existence of competitive equilibrium in economies with infinite number of commodities starts after Peleg-Yarri(1970) and Bewley(1972), Nikaido(1956,57,59) precedes at least one decade as Debreu(1954) does. The purpose of this paper, then, to reconsider the Nikaido(1956b,57b,59)'s generalization of Gale-Nikaido's lemma to the infinite dimensional spaces and to consider its slight generalization.

## 1

---

\*本稿は、数理経済学研究センターの研究集会「経済の数理解析」、平成 24 年 12 月 7 日～9 日、法政大学市ヶ谷キャンパスで開催、に用意したものである。