

## ■ミクロ経済学■ 5： 選好と合理性

\* 教科書 浦井・吉町 (2012) 第2章 個人の選択と社会の状態 p.93 ~ p.110

いわば倫理的な「手段・目的」から、社会科学における「原因・結果」への問題の組み換えは、選択の自由を与えられた個人の合理的な行動として可能になるような、各人の世界観(背景)とともに与えられるとき、ウェーバー的に言う客観的な認識となる。社会科学としての経済学理論は、そうした一つの客観的説明(唯一ではないかもしれない)を与えることと言える。<sup>12</sup> ミクロ経済学理論で想定される個人主体はしばしば「経済人」と呼ばれることがある。これは前章でも触れた人間知性の問題と関連して言えば、議論の出発点として必要不可欠に想定されている主体の合理性が、何らかの意味で限定された特殊なものである(そういうものでしかありえない)ということをも特に強調して注意を促すためである。

【1】選好：おそらく最も一般的に考慮する場合でもなお避けられない枠組から述べることにする。我々は個人主体の行動を、ある選択問題として取り扱うが、まずほとんどの設定において、選択肢の全体が集合として与えられており、その集合上に2項関係としての選好が与えられる。

● これは通常の場合制限的という意識すらなされないことが多いが、実際にはすでにその段階で集合概念(公理的集合論)に依存すること(特に選択肢の全体が明確に見渡せること)、集合上の関係ということから「選好が明瞭な数学的対象物である」ということ(曖昧さが無いということ)、特に2項の関係ということから「他者の選好に依存しない独立した選好であること」、などが暗黙的に仮定されている。

● 集合というのは「そこに入るか入らないかが明確に述べられたものの集まり」としておく。(本当はそれでは不十分 — 例えば  $\{x|x \notin x\}$  などは集合と呼べない「ラッセルのパラドックス」問題 — なので、今日の数学は公理的集合論というものに立脚している。以後、数学的内容について詳細が必要であれば 神谷・浦井 (1996) などを見よ。)

● 2項関係というのは、ある集合の上で、その2つの要素に対して述べられた明確な性質のことであって、2つの間にそれが成り立つか成り立たないか、いずれかがはっきりしている。

更に選好に対しては、通常反射性、推移性が仮定される。数学ではこの2つを満たすものを「前順序 (pre-ordering)」と言う。更にこれに完備性を加えて、以上の3つを満たすものが「合理的選好」と呼ばれる。これが経済学(あるいはゲーム論他社会科学的な個人の設定)における最も標準的な個人(選択主体)の設定である。

● 数学的内容：一般に、集合  $X$  上の2項関係  $\succsim$  が与えられているとき、その2項関係が以下の2つの条件を満たすならば、それを  $X$  上の前順序 (pre-ordering) と呼ぶ。

- ・ [反射性 (reflexivity):]  $X$  の任意の要素  $x$  について  $x \succsim x$  が成り立つ。
- ・ [推移性 (transitivity):]  $X$  上の任意の3要素  $x, y, z$  に関して、 $x \succsim y$  かつ  $y \succsim z$  ならば必ず  $x \succsim z$  が成り立つ。

● 数学的内容：一般に、集合  $X$  上の2項関係  $\succsim$  が以下の条件を満たすならば、その2項関係は完備 (complete) であると言える。

- ・ [完備性 (completeness):]  $X$  上の任意の2要素  $x, y$  に対して、必ず  $x \succsim y$  もしくは  $y \succsim x$  のいずれか少なくとも一方が成立する。

※ 前順序であって完備でない例:  $R^2$  におけるベクトルの大小関係など。

※ 推移性は自然な仮定と言えるか: 反射性はともかくとして、推移性は我々の選好を記述する場合に十分自然な条件と言えるだろうか。(例えば、ごくわずかであれば少なくとも気にしないというような人間特性。)

上述した合理的な選好  $\succsim$  は、概念としては「より以上に好ましい」を表現する  $X$  上の2項関係であるが、これが与えられているとき、「無差別である」ということを表現する(同じく  $X$  上の2項関係)  $\sim$  を「 $x \sim y \iff (x \succsim y \text{ and } y \succsim x)$ 」と定義し、また「より好ましい」ということを表現する  $\prec$  を「 $x \prec y \iff (x \succsim y \text{ and } \text{not}(y \succsim x))$ 」と定義する。このとき任意の  $x, y \in X$  について  $x \sim y, x \prec y, y \prec x$  のいずれか一つ(一つのみ)が成立することが分かる(三分法の成立: 確認せよ)。

<sup>12</sup> そもそも客観的な因果関係というのは、自然科学に置いて完全な意味で成り立っているわけではないという考え方がある(いわゆるヒュームの懐疑)。

※ 上では「より以上に好ましい」という概念を表現するつもりで  $\succsim$  という記号を用いて主体の合理的選好を記述した後、 $\sim$  および  $\prec$  をそこから導出するという議論を行ったが、逆に「より好ましい」を表現する  $\prec$  と「同程度に」好ましい」を表現する  $\sim$  から出発して、それらの推移性や反射性および完備性(三分法)に相当する概念を適宜想定し、それらを用いて完備な  $\succsim$  を定義するという論法も可能である。両方式は(例えば完備性や三分法を横に置いて話をした場合などは)必ずしも同じにならないが、話を「合理的選好」の定義に限るならば同じ話(どちらからどちらを定めても同じこと)になる。

※ 選好の合理性… 選好は個人が信念を持ってその行為を決定するための土台となるものであり、経済学理論的には出発点に相当するものである。しかしながら、我々がその議論を主として合理的な選好に限定して行う背後には、純粋に経験的(実証的)というよりも、むしろ議論そのものが成立するための必要性という側面が大きい。(これは必ずしも否定的な意味ではなく、社会科学にとって、先の Weber 的な意味から不可避的なものと言うべきである。)例えば  $\prec$  が推移性を満たさないといった状況  $x \prec y, y \prec z, z \prec x$  は、選択肢  $\{x, y, z\}$  の下での行為の決定を不可能にするであろう。例えば、そういう主体は「 $x$  よりも  $y$ 」、「 $y$  よりも  $z$ 」、「 $z$  よりも  $x$ 」という持ち替えの提案に対して、無限に代価を支払い続ける可能性すらある。(世界観として成り立たない、あるいはそうした合理的でない主体はすぐに自然淘汰される、社会をとらえるにあたっての焦点たりえない、ということである。<sup>13</sup>)

## 【2】効用関数表現 (Utility Representation) が可能な選好は、合理的選好である。

効用関数 (utility function) とは、選択肢の集合  $X$  上で定義され、実数の集合  $R$  上に値をとる関数であり、各選択肢に対する主体の満足・喜びの度合いを数値で表現することができるという想定の下で使用される関数である。効用関数  $u: X \rightarrow R$  に用いて、 $X$  上の2項関係  $\succsim$  を  $(x \succsim y) \iff (u(x) \leq u(y))$  と定義すると、 $\succsim$  は明らかに「反射性」「推移性」および「完備性」を満たす(問題1参照)。このとき  $\succsim$  を効用関数  $u$  から導かれる選好、あるいは、 $u$  を  $\succsim$  の効用関数表現、と呼ぶ。

(証明) 効用関数  $u: X \rightarrow R$  から導かれる2項関係  $\succsim$  が、反射性、推移性、完備性をそれぞれ満たすことを言えば良い。

(i) 反射性について: 任意の選択肢  $x \in X$  について、関数  $u$  による値  $u(x)$  は当然  $u(x) = u(x)$  を満たすので、 $u(x) \leq u(x)$  すなわち  $\succsim$  の定義によって  $x \succsim x$  つまり反射性が成り立つ。

(ii) 推移性について: 任意に選択肢  $x, y, z \in X$  をとる。今  $x \succsim y$  かつ  $y \succsim z$  が成り立っているものと仮定する。このとき、 $\succsim$  の定義によって  $u(x) \leq u(y)$  かつ  $u(y) \leq u(z)$  が成り立っている。実数上の  $\leq$  (大小) 関係は明らかに推移性を満たすので、 $u(x) \leq u(z)$  が成り立つ。よって再び  $\succsim$  の定義によって、 $x \succsim z$  が成り立っていることが言える。つまり  $\succsim$  は推移性の条件を満たす。

(iii) 完備性について: 任意に選択肢  $x, y \in X$  をとる。関数  $u$  による値  $u(x)$  と  $u(y)$  については、実数上の  $\leq$  (大小) 関係が明らかに完備性の条件を満たすことから、 $u(x) \leq u(y)$  もしくは  $u(y) \leq u(x)$  の少なくともいずれか一方が必ず成り立つ。よって  $\succsim$  の定義により、 $x \succsim y$  もしくは  $y \succsim x$  の少なくともいずれか一方が必ず成り立つ。つまり  $\succsim$  は完備性の条件を満たす。(証明終)

この主張の逆、すなわち「選好が合理的であるならばそれは効用関数表現を持つ」は、必ずしも正しくない。選好の合理性に加えて「選好の連続性( $x$  以上に好ましい集合と  $x$  以下に好ましい集合がともに境界を含んでいる)」といったことを仮定する必要がある(c.f. Debreu (1959))。この仮定を満たさない例として、辞書式順序 Lexicographic ordering に基づく選好が挙げられる。

【補論1】  $X$  を選択肢の集合とし、 $\succsim$  を  $X$  上の合理的な選好(反射性、推移性、完全性を満たす2項関係)であるとすると、 $X$  が有限集合  $X = \{x_1, \dots, x_n\}$  であるときや、可算集合(可付番集合 countable set)であるとき  $\succsim$  は効用関数で表現可能であるが、 $X$  が非可算集合の場合には反例がある。

(反例)  $X = [0, 1] \times [0, 1] = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\} \subset R^2$  とする。(実数区間  $[0, 1]$  は可算集合ではないことに注意せよ。)  $\succsim$  を  $X$  上の Lexicographic ordering として次のように定義する:  $(x_1, y_1) \succ (x_2, y_2) \iff (x_1 < x_2) \text{ or } ((x_1 = x_2) \text{ and } (y_1 < y_2))$ . (つまり、まず  $x$  座標に関して大小を比較し、 $x$  座標が同じであればはじめて  $y$  座標について大小を比較するということ。) このとき、 $X$  上の関係  $\succsim$  は反射性、推移性、および完備性の条件を満たすが、効用関数による表現が不可能である。

(証明)  $u: X \rightarrow R$  を  $\succsim$  の効用関数表現であるとすると、任意の  $x \in [0, 1]$  に対して、 $u_x = u(x, 0)$  および  $u^x = u(x, 1)$  という2つの実数を考えると  $u_x < u^x$  であるので、その間に入り込む有理数  $q(x)$  を  $u_x < q(x) < u^x$  なるようにとることができる。定義より  $x < x'$  であれば  $q(x) < q(x')$  であるので、 $x$  に対して決まる  $q(x)$  を関数とみなせば、これは実数区間  $[0, 1]$  から有理数全体の集合  $Q$  の中への1対1写像となる。これは実数区間が非可算集合であることに矛盾する。(実数区間  $[0, 1]$  が非可算集合であることについて: 対角線論法 diagonal argument)(証明終了)

Lexicographic ordering に基づく選好は、果たして我々の現実において稀な例外と言えるだろうか。我々は「議論しやすいことだけを議論している(マルクス)」のではないだろうか。(社会科学においては、それがまた現実を構成していると言えるところに、その特徴があったりもするのだが。)

【補論2】例えばレストランで食事をするという場合において、それは単なる『食物』の提供(簡単に味に対して評価された数値としよう)であるのみならず、接客サービス(感じのいい受け答えなどへの点数とする)、場としての雰囲気(部屋、建物、環境等へのやはり点数としよう)などの複合的な財・サービスとして、我々はそれを消費している。さて、そのような場合、たとえば:

『自分はレストランを選択するにあたっては(各サービスに大雑把に上中下くらいの許容範囲を定めておき、その範囲内において)まずは「味」を重視、その次に「雰囲気」を重視、続いて「接客態度」を重視する』

といった形で把握することは無いだろうか。否、むしろそういった選好の持ち方の方が、普通なものではないだろうか。

<sup>13</sup> ダッチブック(汚い賭け帳)議論: 非合理的な概念枠組は自然淘汰されるという意味で、人間にとって一種、合理性が欠くべからざる性質であるとするような論調をしばしばダッチブック議論と呼ぶ。そもそも、自らの行為決定を行う場合の主観的確率が、客観的な確率同様の公理を満たすべき根拠としてなされた議論(F.ラムジー c.f. Ramsey (1931))である。ただしここで、「合理的な概念枠組を持たない」ということと「非合理的な概念枠組を持つ」ということの間、微妙な論理飛躍があることに注意。

(まとめ)

- ・ 選択枝の集合と二項関係
- ・ 合理的選好とは何か(完備性を満たさない例)
- ・ 効用関数表現から合理的選好へ
- ・ 合理的選好から効用関数表現へ(辞書的順序・選好の連続性)
- ・ 合理的選好と三分法・推移性は制限的でないか・ダッチブック定理・辞書式選好は例外的か

以下は内容的に上級ミクロの範囲なので試験には出さない

### 【3】個人における選択と選好(選択対応の合理化と顕示選好)

選択集合  $X$  において(その背後の選好や効用を考慮することなしに) そのとある(空でない)部分集合  $A \subset X$  に対し  $A$  の中での選択点候補(複数でもよい)の空でない集合  $C(A) \subset A$  を定めるようなしくみが存在しているとしよう。(すべての  $A \subset X$  に対して  $C(A)$  が定まっていなくても良い。 $C(A)$  が定義されているような部分集合  $A \subset X$  の全体を  $\mathcal{D}$  と表すならば、 $C$  を  $C: \mathcal{D} \rightarrow X$  と見て定義域が  $\mathcal{D}$  で  $X$  に値をとる1対多の『対応』と見ることもできる。)以下、このような  $C$  を選択集合  $X$  上の**選択対応 (Choice Correspondence)**と呼ぶ。ある選択対応が**合理化可能**であるとは、 $X$  上のとある合理的な選好  $\succsim$  が存在して、 $x \in C(A)$  ということと、 $x \in A$  に対して任意の  $y \in A$  が  $y \succsim x$  を満たす( $x$  は  $A$  における  $\succsim$ -最大元)ということが( $A$  に対して  $C(A)$  が定義されている限り)同じであるということを指す。(※ 最大元と極大元)。

※ 選択対応が合理化可能であることを保証する条件として**顕示選好の弱公理**というのが知られている。選択集合  $X$  上で定義された選択対応  $C: \mathcal{D} \rightarrow X$  が**顕示選好の弱公理 (Weak Axiom of Revealed Preference)**を満たすとは、以下の条件が成り立つことである。(Choice Function のより多くの議論については Mas-Colell et al. (1995), Rubinstein (2006)などを参照せよ。)

(**Weak Axiom of Revealed Preference**) 任意の  $x, y \in X$  および  $A, B \in \mathcal{D}$  について、 $\{x, y\} \subset A \cap B$  かつ  $x \in C(A)$  かつ  $y \in C(B)$  であるならば、必然的に  $x \in C(B)$  が成り立つ。

### 【4】社会選択 Social Choice (1) コンドルセパラドックス

選択枝の集合  $X$  というのが、社会全体にとっての(例えば互いに異なる政策目標であるとか、優先順位を与えるべき公共事業の計画であるとか)一般に相異なる資源配分状態を導くような相異なる公的な選択の問題であると考えてみよう。このとき、その社会を構成する個々の主体の( $X$  上の)様々な選好(複数)の在り方に対して、それら様々な選好をいわば代表するものとしての**社会全体の選好**をどのように構築すべきか、という問題が考えられる。これが**社会選択の問題**である。

この問題に対しては、まず最初に「アローの一般可能性定理(不可能性定理)」という非常に重要な否定的結論が存在する(詳細は後述)。社会を構成する個々の主体に合理的選好があるとしても、それらを合成して社会全体の合理的選好にするということの難しさは、以下に述べる**コンドルセパラドックス**と呼ばれる状況の中に、きわめて端的に示されている。

★(コンドルセパラドックス):  $X$  を  $\{A, B, C\}$  として、主体1、主体2、主体3が社会を構成しているとする。各主体の選好がそれぞれ以下のものであったとする:

主体1 —  $A \prec_1 B \prec_1 C$   
 主体2 —  $B \prec_2 C \prec_2 A$   
 主体3 —  $C \prec_3 A \prec_3 B$

このとき、多数決原理でもって社会全体の合理的選好を導出する、きわめて不公平な投票順序の決定権が存在してしまう。

この逆理は「きわめて自然な要請から社会的な選好に循環が生じ得る」という事実を物語っており、したがって「非循環的な決定」あるいは「合理的な社会的選好」を頭から要求することの数学的な危うさ(不可能性の存在)を容易に我々に予想させるところのものである。

$X$  を選択肢の集合とし、2人以上の主体  $i = 1, 2, \dots, n$  がそれぞれこの選択集合上の選好を持つものとする(どのような選好であるかということについてとりあえずは固定しない)とき、この社会を構成する  $n$  人の選好のあり方  $(\succsim_1, \dots, \succsim_n)$  に対して、社会の選好  $\succsim$  を決める一般的な方法  $F$  (これを  $n$  個並んだ個々人の選好のあり方から、一個の社会の選好を決める関数ととらえて) を社会的選好集計関数 (**Social Preference Aggregator**) と呼ぶ。(これは社会が何を選ぶかということではなく、それ以前に、異なる意見の在り方を社会的にどう集計化するか、ということそれ自体についてのルールである。同様に、 $n$  個並んだ選好から社会的な選択  $x \in X$  を1つ決める関数を、**社会選択関数 (Social Choice Function)** と呼ぶ。) アローの一般可能性定理は、この社会的選好集計関数が合理的であって、しかも  $X$  が3個以上の選択肢を持つ場合には

(1) 全ての主体に関して全ての合理的選好の可能性を考慮したものであること (**Universal Domain**)。

(2) 全員が  $A$  よりも  $B$  が好ましいと表明しているときには、社会的にも  $A$  より  $B$  が好ましいということを満たすこと (**パレート性**)。

(3) 2つの選択対象への社会的選好の在り方はその2つの対象に対して各人のつける「選好の成立不成立のあり方のみ」から決まる (**Independence of Irrelevant Alternatives**)。

という(かなり望ましい)条件を満たす限りにおいて、そこに必然的に独裁者が存在しなければならないこと(次の条件)を主張する。

(4) ある主体  $i$  が存在して、任意の2つの選択対象  $x, y \in X$  と社会的選好  $\succsim = F(\succsim_1, \dots, \succsim_i, \dots, \succsim_n)$  に関して、主体  $i$  の選好状況が  $x \succsim_i y$  である限り(他の主体の選好状況がどうであろうとも)必ず  $x \succsim y$  が成り立つ (**独裁者の存在**)。

## REFERENCES

- Debreu, G. (1959): *Theory of Value*. Yale University Press, New Haven, CT.
- 神谷 和也・浦井 憲 (1996): 『経済学のための数学入門』 東京大学出版会, Tokyo.
- Mas-Colell, A., Whinston, M. D., and Green, J. R. (1995): *Microeconomic Theory*. Oxford University Press, New York.
- Ramsey, F. P. (1931): "Truth and Probability," in *The Foundations of Mathematics and Other Logical Essays*, (B., B. R. ed), pp. 156–198. Collected in F. P. Ramsey: *Philosophical Papers*, edited by D. H. Mellor, Cambridge University Press, 1990. 日本語訳: 『ラムジー哲学論文集』 D.H. メラー編(伊藤・橋本訳), 1996, 勁草書房, Tokyo.
- Rubinstein, A. (2006): *Lecture Notes in Microeconomic Theory: The Economic Agent*. Princeton University Press, Princeton and Oxford.
- 浦井 憲・吉町昭彦 (2012): 『ミクロ経済学 — 静学的一般均衡理論からの出発』 ミネルヴァ書房, Kyoto.